

$$p(x) = \cos 3x + 2 \cos x \sin 2x - 3 \sin x \quad \text{نعتبر}$$

$$-1 \quad \text{بين أن } \forall x \in \mathbb{R} \quad \cos 3x = \cos x (4 \cos^2 x - 3)$$

$$-2 \quad \text{أ- استنتج أن } p(x) = (\cos x + \sin x)(2 \cos x - \sqrt{3})(2 \cos x + \sqrt{3})$$

$$\text{ب- حل في } \mathbb{R} \quad \text{المعادلة } p(x) = 0$$

$$\text{ج- حل في المجال } [-\pi; 0] \quad \text{المتراجحة } p(x) \leq 0$$

$$-3 \quad \text{أ) حل في } \mathbb{R} \quad \text{المعادلة } \cos 3x = \frac{1}{2}$$

$$\text{ب) بين أن } \cos \frac{\pi}{9} \text{ و } \cos \frac{7\pi}{9} \text{ و } \cos \frac{13\pi}{9} \quad \text{حلول للمعادلة } 8X^3 - 6X - 1 = 0$$

$$A = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} + \cos \frac{13\pi}{9} \quad \text{ج) استنتج قيم}$$

$$B = \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9} + \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9}$$

$$C = \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9}$$

الحل:

$$p(x) = \cos 3x + 2 \cos x \sin 2x - 3 \sin x$$

$$-1 \quad \text{بين أن } \forall x \in \mathbb{R} \quad \cos 3x = \cos x (4 \cos^2 x - 3)$$

$$\cos 3x = \cos(x + 2x)$$

$$= \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x$$

$$= \cos x \cdot (2 \cos^2 x - 1) - 2 \sin^2 x \cdot \cos x$$

$$= \cos x \cdot (2 \cos^2 x - 1) - 2(1 - \cos^2 x) \cdot \cos x$$

$$= \cos x (4 \cos^2 x - 3)$$

$$-2 \quad \text{أ- نستنتج أن } p(x) = (\cos x + \sin x)(2 \cos x - \sqrt{3})(2 \cos x + \sqrt{3})$$

$$p(x) = \cos 3x + 2 \cos x \sin 2x - 3 \sin x$$

$$= \cos x (4 \cos^2 x - 3) + 4 \cos^2 x \sin x - 3 \sin x$$

$$= \cos x (4 \cos^2 x - 3) + \sin x (4 \cos^2 x - 3)$$

$$= (\cos x + \sin x)(4 \cos^2 x - 3)$$

$$= (\cos x + \sin x)(2 \cos x - \sqrt{3})(2 \cos x + \sqrt{3})$$

ب- نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x) = 0$

$$p(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\sin x \quad \text{ou} \quad \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ou} \quad \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$p(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \quad \text{ou} \quad \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ou} \quad \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$p(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ \text{ou} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$$

إذن

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

ج- نحل في المجال $[-\pi; 0]$ المتراجحة $p(x) \leq 0$

حلول المعادلة $p(x) = 0$ في $[-\pi; 0]$ هي $-\frac{\pi}{4}$ و $-\frac{\pi}{6}$ و $-\frac{5\pi}{6}$

جدول الإشارات

x	$-\pi$	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0
$\cos x + \sin x$	-	-	0	+	+
$2\cos x - \sqrt{3}$	-	-	-	0	+
$2\cos x + \sqrt{3}$	-	0	+	+	+
$p(x)$	-	0	+	0	+

$$S = \left[-\pi; -\frac{5\pi}{6} \right] \cup \left[-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6} \right] \quad \text{إذن}$$

3- أ) نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\cos 3x = \frac{1}{2}$

$$\cos 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} / k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}k\pi \\ x = -\frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}k\pi \end{cases} / k \in \mathbb{Z}$$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \quad \text{إذن}$$

ب) نبين أن $\cos \frac{\pi}{9}$ و $\cos \frac{7\pi}{9}$ و $\cos \frac{13\pi}{9}$ حلول للمعادلة $8X^3 - 6X - 1 = 0$

من -أ- نستنتج أن $\frac{\pi}{9}$ و $\frac{7\pi}{9}$ و $\frac{13\pi}{9}$ حلول للمعادلة $\cos 3x = \frac{1}{2}$

أي حلول للمعادلة $\cos x (4 \cos^2 x - 3) = \frac{1}{2}$ أي $8 \cos^3 x - 6 \cos x - 1 = 0$

إذن $\cos \frac{\pi}{9}$ و $\cos \frac{7\pi}{9}$ و $\cos \frac{13\pi}{9}$ حلول للمعادلة $8X^3 - 6X - 1 = 0$

ج) نستنتج قيم $A = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} + \cos \frac{13\pi}{9}$

$$B = \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9} + \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9}$$

$$C = \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9}$$

لينا $\cos \frac{\pi}{9}$ و $\cos \frac{7\pi}{9}$ و $\cos \frac{13\pi}{9}$ ثلاث حلول مختلفة للمعادلة $8X^3 - 6X - 1 = 0$

$$\forall X \in \mathbb{R} \quad 8 \left(X - \cos \frac{\pi}{9} \right) \left(X - \cos \frac{7\pi}{9} \right) \left(X - \cos \frac{13\pi}{9} \right) = 8X^3 - 6X - 1 \quad \text{ومنه}$$

بعد النشر و تطبيق خاصية تساوي حدوديتين نحصل على

$$-8A = 0 \quad \text{إذن} \quad A = 0$$

$$8B = -6 \quad \text{و} \quad B = -\frac{3}{4} \quad \text{إذن}$$

$$-8C = -1 \quad \text{إذن} \quad C = \frac{1}{8}$$

تمرين 2:

لتكن A و B و C ثلاث نقط من المستوي ليست على استقامة واحدة

1. تحقق أن الجملة المثقلة: $\{(A, 3), (B, -2), (C, 1)\}$ و الجملة

$\{(A, 3), (B, -2), (C, 3), (C, -2)\}$ تقبل نفس المرجح G

2. لتكن I منتصف [AC] و J منتصف [BC] بين أن G مرجح الجملة $\{(I, 3), (J, -2)\}$

3. ليكن K منتصف K بين أن المستقيمين (BK) و (IJ) متقاطعين في G ثم ارسم

الشكل

4. بين أن الرباعي ABIG متوازي أضلاع

• لتكن M نقطة من المستوي

1. بين ان الشعاع $\vec{V} = \vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC}$ ثابت وأن $\vec{V} = 2\vec{BI}$

2. أوجد وانشئ مجموعة النقط M المحققة: $\|\vec{V}\| = \|3\vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC}\|$

3. أوجد مجموعة لنقط (Δ) المحققة لـ: $\|3\vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|-2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\|$

4. انشيء (Δ)